

## **Esempio di calcolo di un solaio composto legno-calcestruzzo con connessione deformabile, in conformità al D.M. 14.01.2008 e con riferimento alle norme CNR-DT 206/2007**

Si riporta di seguito il calcolo di un solaio di legno con soletta collaborante in calcestruzzo per locali di abitazione e relativi servizi. La connessione legno-calcestruzzo è considerata deformabile in accordo alle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni di cui al D.M. 14.01.2008 (NTC). Le NTC prevedono al punto 4.4.1 che *“La valutazione della sicurezza deve essere svolta secondo il metodo agli stati limite”* e che *“I requisiti di resistenza, funzionalità e robustezza si garantiscono verificando gli stati limite ultimi e gli stati limite di esercizio della struttura, dei singoli componenti strutturali e dei collegamenti”*. Gli ultimi due capoversi del punto 4.4.2 prevedono rispettivamente che *“In presenza di giunti meccanici si deve, di regola, considerare l’influenza della deformabilità degli stessi. Per tutte le strutture, in particolare per quelle composte da parti con diverso comportamento reologico, le verifiche, per gli stati limite ultimi e di esercizio, devono essere effettuate con riferimento, oltre che alle condizioni iniziali, anche alle condizioni finali (a tempo infinito)”*. In particolare, per le verifiche degli stati limite di esercizio, il punto 4.4.7 delle NTC prescrive che *“In generale nella valutazione delle deformazioni delle strutture si deve tener conto della deformabilità dei collegamenti”* e che *“Considerando il particolare comportamento reologico del legno e dei materiali derivanti dal legno, si devono valutare sia la deformazione istantanea sia la deformazione a lungo termine”*. Il secondo capoverso del punto 4.4.10 stabilisce che *“Le verifiche dell’elemento composto dovranno tener conto degli scorrimenti nelle unioni. A tale scopo è ammesso adottare per le unioni un legame lineare tra sforzo e scorrimento”*. Appare quindi chiaro, oltre che tecnicamente corretto, come la sicurezza e la funzionalità del solaio composto legno-calcestruzzo debbano essere valutati considerando la deformabilità della connessione, in condizioni sia iniziali sia finali (a tempo infinito). Per il calcolo della capacità portante del sistema legno-connettore-calcestruzzo si è fatto riferimento alla procedura riportata nell’appendice B della UNI EN 1995-1-1:2009 [5], nel rispetto delle relative ipotesi. Nel presente calcolo inoltre non sono stati presi in considerazioni le verifiche per azioni sismiche.

### **Dati di progetto**

- *Vita nominale e classe d’uso della costruzione*

Vita nominale dell’opera  $V_N = 50$  anni

Classe d’uso dell’opera = Classe II

- *Caratteristiche geometriche*

Luce di calcolo  $L = 6,00$  m

Spessore della soletta  $h_1 = 6$  cm

Spessore del tavolato  $h_0 = 3$  cm

Altezza della trave  $h_2 = 28$  cm

Altezza totale solaio  $H = 37$  cm

Base della trave  $b = 14 \text{ cm}$

Interasse delle travi  $i = 60 \text{ cm}$

Connettori a pioli  $d = 14 \text{ mm}$

Passo dei connettori agli appoggi  $s_{\min} = 12,5 \text{ cm}$

Passo dei connettori in campata  $s_{\max} = 25 \text{ cm}$

Infissione del connettore:

(p.to 7.12.2 DT 206)

– nella soletta ( $\geq 2,5\varnothing$ )  $L_c = 4,5 \text{ cm}$

– nella trave ( $\geq 6\varnothing$ , con valore consigliato di  $8\div 10\varnothing$ )  $L_w = 14 \text{ cm}$

• *Limiti di deformabilità di progetto*

Freccia limite iniziale ( $t = 0$ )  $f_{\text{lim},\text{in}} = L/600 = 10,0 \text{ mm}$

Freccia limite finale ( $t = \infty$ )  $f_{\text{lim},\text{fin}} = L/400 = 15,0 \text{ mm}$

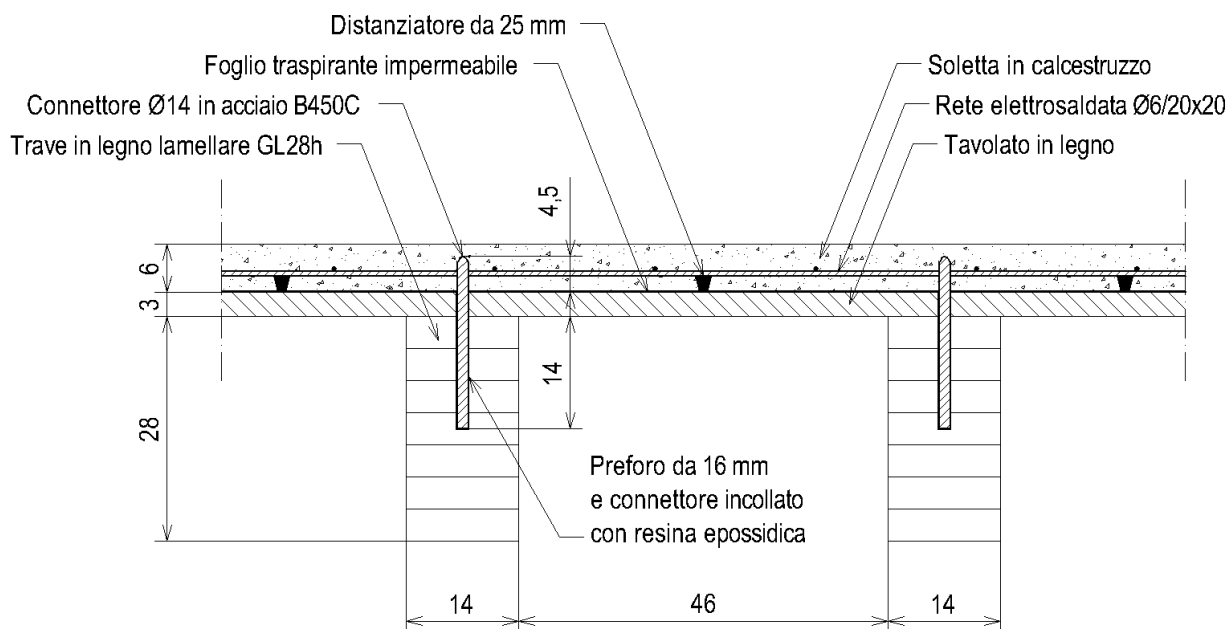


Figura 1 – sezione del solaio legno-calcestruzzo

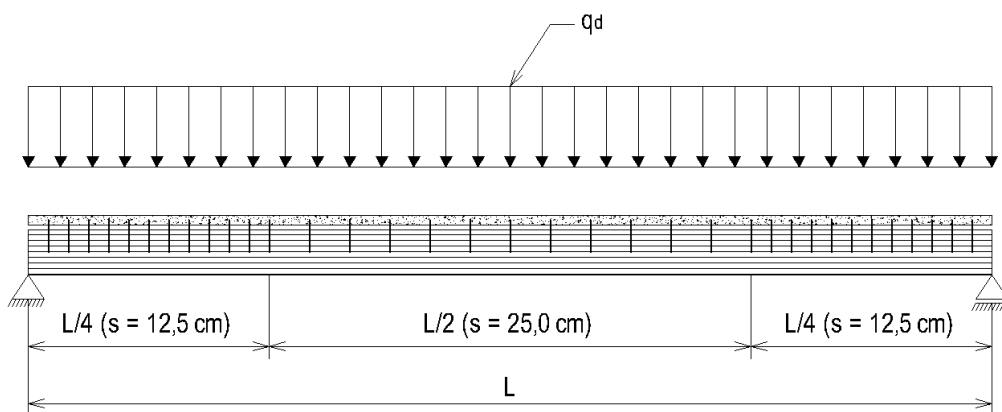


Figura 2 – schema statico e disposizione dei connettori nella trave

Si sottolinea che per il soddisfacimento delle verifiche era sufficiente una soletta da 5 cm. È stata adottata una soletta da 6 cm al fine di garantire un adeguato copriferro della rete elettrosaldata e un efficace ancoraggio dei connettori nella soletta, anche in funzione del diametro minimo  $D$  del mandrino di piega ( $D = 4\phi = 4 \cdot 14 = 56 \text{ mm} \rightarrow L_{c,\min} = D/2 + \phi = 56/2 + 14 = 42 \text{ mm}$ ).

- *Caratteristiche dei materiali*

### Legno

Legno lamellare omogeneo GL28h conforme alla UNI EN 1194

(tab. 18-4 DT 206)

Classe di servizio della struttura = 2

$$f_{m,k} = 28,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,k} = 19,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,k} = 0,45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 26,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 3,2 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,m} = 12600 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10200 \text{ N/mm}^2$$

$$G_m = 780 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 410 \text{ kg/m}^3 \text{ (trave)}$$

$$\rho_k = 600 \text{ kg/m}^3 \text{ (tavolato)}$$

$$k_h = \min[(600/h_2)^{0,1}; 1,1] = 1,079 \text{ (coefficiente per } f_{m,k} \text{ e } f_{t,0,k})$$

$$k_{def} = 0,80$$

$$k_{mod} = 0,60 \text{ (per carichi permanenti)}$$

(tab. 4.4.IV NTC)

$$k_{mod} = 0,80 \text{ (per carichi variabili di media durata)}$$

(tab. 4.4.IV NTC)

### Calcestruzzo

Calcestruzzo a prestazione garantita conforme alla EN 206-1 e alla UNI EN 11104

Classe di esposizione ambientale = XC1

Classe di resistenza = C25/30

Rapporto massimo a/c = 0,60

Contenuto minimo in cemento = 300 kg/m<sup>3</sup>

Diametro massimo nominale dell'aggregato  $D_{max} = 15 \text{ mm}$

Classe di consistenza al getto (UNI EN 12350-2) = S4

Classe di contenuto in cloruri = Cl 0,4

Contenuto in aria =  $1,5 \pm 0,5\%$

Copriferro minimo  $c_{min} = 15 \text{ mm}$

Tolleranza di esecuzione del copriferro  $\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$

Copriferro nominale  $c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 25 \text{ mm}$

$$R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ck} = 0,83 \cdot R_{ck} = 24,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 32,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 1,79 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 22000 \cdot [f_{cm}/10]^{0.3} = 31447 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_c = 2500 \text{ kg/m}^3 \text{ (comprensivo delle armature)}$$

$$\text{Coefficiente di viscosità } \varphi(\infty, t_0) = 1,2 \cdot 1,88 \approx 2,3$$

Il coefficiente di viscosità  $\varphi(\infty, t_0)$  a tempo infinito, funzione della classe di servizio, è stato dedotto in maniera semplificata dalla Tabella 11.2.VI delle NTC (*Valori di  $\varphi(\infty, t_0)$ . Atmosfera con umidità relativa di circa il 75%*), adottando  $t_0 \geq 60$  giorni e la dimensione fittizia  $h_0 = 2A_c/u = 120$  mm, con  $A_c$  (area della sezione in calcestruzzo) pari a  $h_1 \cdot i = 36000$  mm<sup>2</sup> e  $u$  (perimetro della sezione esposta all'aria) pari a 600 mm, assunto convenzionalmente pari all'interasse delle travi. Secondo la UNI EN 1992-1-1:2005 [4], il coefficiente di viscosità così dedotto è da ritenersi valido per calcestruzzi con classe di consistenza S2 o S3. Per tener conto della classe di consistenza del calcestruzzo adottato, il coefficiente di viscosità ottenuto dalla Tabella 11.2.VI è stato moltiplicato per 1,2.

### Connettori

Barre Ø14 ad aderenza migliorata in acciaio B450C conforme al D.M. 14.01.2008

$$f_{y, nom} = 450 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t, nom} (f_{u, k}) = 540 \text{ N/mm}^2$$

#### • Carichi

Peso proprio solaio (travi + tavolato + soletta)  $G_{1k} = 1,95 \text{ kN/m}^2$

Carichi permanenti non strutturali (sottofondo, tramezzature, ecc.)  $G_{2k} = 3,80 \text{ kN/m}^2$

Carichi di esercizio Categoria A – Ambienti ad uso residenziale  $Q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$

#### • Coefficienti di combinazione dei carichi

##### Coefficienti per verifiche allo SLU

Peso proprio solaio  $\gamma_{G1} = 1,3$

Carichi permanenti non strutturali  $\gamma_{G2} = 1,5$

Carichi variabili  $\gamma_Q = 1,5$

##### Coefficienti per verifiche allo SLE

Peso proprio solaio  $\gamma_{G1} = 1,0$

Carichi permanenti non strutturali  $\gamma_{G2} = 1,0$

Carichi variabili  $\gamma_Q = 1,0$

Coefficiente dei carichi variabili per combinazione quasi permanente  $\psi_2 = 0,3$

#### • Coefficienti parziali di sicurezza dei materiali

Calcestruzzo  $\gamma_c = 1,5$

Legno  $\gamma_w = 1,45$

(tab. 4.4.III NTC)

Connettore  $\gamma_v = 1,5$

(tab. 4.4.III NTC)

- *Resistenze di calcolo dei materiali*

### Legno

Il valore di calcolo di una proprietà del legno è calcolato dalla relazione:

$$X_d = k_{mod} \cdot \frac{X_k}{\gamma_w}$$

da cui si ottiene ( $f_{m,k}$  e  $f_{t,0,k}$  sono moltiplicati per il coefficiente  $k_h$ ):

#### **Per $k_{mod} = 0,80$**

$$f_{m,d} = 1,079 \cdot 15,45 = 16,67 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = 1,079 \cdot 10,76 = 11,61 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = 14,62 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 1,66 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 1,77 \text{ N/mm}^2$$

#### **Per $k_{mod} = 0,60$**

$$f_{m,d} = 1,079 \cdot 11,59 = 12,50 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = 1,079 \cdot 8,07 = 8,71 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,19 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = 10,97 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 1,24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 1,32 \text{ N/mm}^2$$

### Calcestruzzo

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0,85 \cdot f_{ck} / \gamma_c = 14,11 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,0,05} / \gamma_c = 1,19 \text{ N/mm}^2$$

D'ora in avanti, per le verifiche si fa riferimento alla combinazione dei carichi che comprendono sia le azioni permanenti (strutturali e non) e sia i carichi variabili ( $k_{mod} = 0,80$ ), poiché tale situazione, nel caso oggetto di studio, risulta più gravosa rispetto a quella con i soli carichi permanenti ( $k_{mod} = 0,60$ ).

### **Capacità portante dei connettori**

Il valore di progetto della capacità portante del singolo connettore è pari al minore dei seguenti valori (non si considera la resistenza caratteristica all'estrazione  $F_{ax,Rk}$ ):

$$F_{v,Rk} = \begin{cases} f_{h,k} \cdot L_w \cdot d \\ f_{h,k} \cdot L_w \cdot d \cdot \left[ \sqrt{2 + \frac{4 \cdot M_{y,Rk}}{f_{h,k} \cdot d \cdot L_w^2}} - 1 \right] \\ 2,3 \cdot \sqrt{M_{y,Rk} \cdot f_{h,k} \cdot d} \end{cases} \quad (\text{for. 7.11 DT 206})$$

dove:

$M_{y,Rk}$  è il valore caratteristico del momento di snervamento del connettore che si ricava dalla seguente espressione:

$$M_{y,Rk} = \zeta_b \cdot f_{u,k} \cdot d^3 / 6 \quad (\text{for. 7.30 DT 206})$$

con  $\zeta_b = \frac{1,8}{d^{0,4}}$  (con d in mm). (p.to 7.8.5.1.1 DT 206)

$$M_{y,Rk} = \frac{1,8}{14^{0,4}} \cdot 540 \cdot 14^3 / 6 = 154685 \text{ Nmm}$$

$f_{h,k}$  è il valore caratteristico della resistenza a rifollamento del legno (per unioni con preforatura) pari a:

$$f_{h,\alpha,k} = f_{h,0,k} = 0,082(1 - 0,01d) \rho_k = 0,082(1 - 0,01 \cdot 14) 410 = 28,91 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{for. 7.32 DT 206})$$

$$F_{v,Rk} = \begin{cases} 28,91 \cdot 140 \cdot 14 = 56664 \text{ N} \\ 28,91 \cdot 140 \cdot 14 \cdot \left[ \sqrt{2 + \frac{4 \cdot 154685}{28,91 \cdot 14 \cdot 140^2}} - 1 \right] = 25018 \text{ N} \\ 2,3 \cdot \sqrt{154685 \cdot 28,91 \cdot 14} = 18199 \text{ N} \end{cases}$$

La capacità portante del connettore è quindi pari a:

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{v,Rk(\min)}}{\gamma_v} = 0,80 \cdot \frac{18199}{1,50} = 9706 \text{ N}$$

### Rigidezza dei connettori

Per le unioni legno-calcestruzzo e per il tipo di connettore adottato, il modulo di scorrimento istantaneo  $K_{ser}$ , sotto l'azione dei carichi allo stato limite di esercizio, viene ricavato dalla seguente relazione (con  $\rho_k$  in  $\text{kg/m}^3$  e d in mm):

$$K_{ser} = 2 \cdot \rho_k^{1,5} \cdot \frac{d}{20} = 2 \cdot 410^{1,5} \cdot \frac{14}{20} = 11623 \text{ N/mm} \quad (\text{tab. 7.14 DT 206})$$

mentre il modulo di scorrimento istantaneo  $K_u$ , sotto l'azione dei carichi allo stato limite ultimo, è ricavato come:

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} = \frac{2}{3} \cdot 11623 = 7749 \text{ N/mm} \quad (\text{EC5})$$

### Interasse equivalente di calcolo dei connettori

I connettori sono posti con passo di 12,5 cm su una lunghezza di L/4 dagli appoggi, e con passo doppio (25 cm) nella zona centrale L/2. Essendo il passo massimo non superiore a 4 volte il passo minimo, ai fini dei calcoli si può adottare un passo equivalente pari a:

$$s_{eq} = 0,75 \cdot s_{min} + 0,25 \cdot s_{max} = 0,75 \cdot 12,5 + 0,25 \cdot 25 = 15,6 \text{ cm} \quad (\text{for. 8.18 DT 206})$$

### Carichi per le verifiche

Carichi e sollecitazioni massime riferite all'interasse delle travi per verifica allo SLU:

$$q_{sd} = (\gamma_{G1} \cdot G_{1k} + \gamma_{G2} \cdot G_{2k} + \gamma_Q \cdot Q_k) \cdot i = (1,3 \cdot 1,95 + 1,5 \cdot 3,80 + 1,5 \cdot 2,00) \cdot 0,60 = 6,74 \text{ kN/m}$$

$$V_{sd} = \frac{1}{2} \cdot q_d \cdot L = \frac{1}{2} \cdot 6,74 \cdot 6,00 = 20,22 \text{ kN}$$

$$M_{sd} = \frac{1}{8} \cdot q_d \cdot L^2 = \frac{1}{8} \cdot 6,74 \cdot 6,00^2 = 30,33 \text{ kNm}$$

Carichi riferiti all'interasse delle travi per verifica allo SLE:

Combinazione caratteristica (rara)

$$q_{d,rara} = (G_{1k} + G_{2k} + Q_k) \cdot i = (1,95 + 3,80 + 2,00) \cdot 0,60 = 4,65 \text{ kN/m}$$

Combinazione quasi permanente

$$q_{d,qp} = (G_{1k} + G_{2k} + \psi_2 Q_k) \cdot i = (1,95 + 3,80 + 0,3 \cdot 2,00) \cdot 0,60 = 3,81 \text{ kN/m}$$

### Verifiche allo SLU a tempo iniziale ( $t = 0$ )

Per le verifiche si adottano le formulazioni riportate nell'appendice B dell'Eurocodice 5.

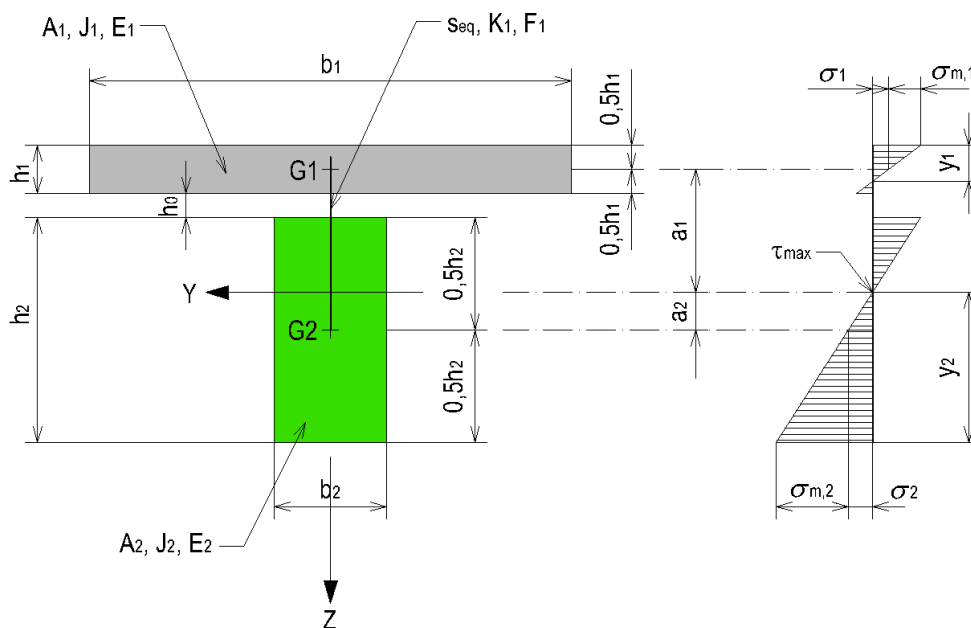


Figura 3 – geometria degli elementi resistenti del solaio con distribuzione delle tensioni normali

Calcestruzzo (materiale 1):

$$h_1 = 60 \text{ mm}$$

$$b_1 = 600 \text{ mm}$$

$$A_1 = 60 \cdot 600 = 36000 \text{ mm}^2$$

$$J_1 = 600 \cdot 60^3 / 12 = 10,80 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_1 = 31447 \text{ N/mm}^2$$

Legno (materiale 2):

$$h_2 = 280 \text{ mm}$$

$$b_2 = 140 \text{ mm}$$

$$A_2 = 140 \cdot 280 = 39200 \text{ mm}^2$$

$$J_2 = 140 \cdot 280^3 / 12 = 256,11 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_2 = 12600 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_2 = 1$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_{eq}}{K_U \cdot L^2}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 156}{7749 \cdot 6000^2}\right)} = 0,138$$

$$\alpha_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2 + 2 \cdot h_0)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)}{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 60/2 + 30 + 280/2 = 200 \text{ mm}$$

$$\alpha_2 = \frac{0,138 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 200}{0,138 \cdot 31447 \cdot 36000 + 1 \cdot 12600 \cdot 39200} = 48,1 \text{ mm}$$

$$\alpha_1 = 200 - 48,1 = 151,9 \text{ mm}$$

È da notare che la formula 2f riportata nell'Appendice B dell'Eurocodice 5 non contiene il termine  $2 \cdot h_0$  in quanto le due sezioni 1 e 2 sono a diretto contatto. L'inserimento del termine  $2 \cdot h_0$  e la sostituzione di  $(h_1 + h_2 + 2 \cdot h_0)/2$  con  $(\alpha_1 + \alpha_2)$  permette di tener conto dello spessore di quanto compreso tra l'estradosso della trave e l'intradosso della soletta.

$$y_2 = H - (\alpha_1 + 0,5 \cdot h_1) = 370 - (151,9 + 0,5 \cdot 60) = 188,1 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef} = (E_1 \cdot J_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot \alpha_1^2) + (E_2 \cdot J_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \alpha_2^2)$$

$$(EJ)_{ef} = (31447 \cdot 10,80 \cdot 10^6 + 0,138 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 151,9^2) + (12600 \cdot 256,11 \cdot 10^6 + 1 \cdot 12600 \cdot 39200 \cdot 48,1^2) = 8,314 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

- *Verifiche calcestruzzo*

Le tensioni normali indicate in *Figura 3* sono calcolate dalle seguenti formule:

$$\sigma_1 = \gamma_1 \cdot E_1 \cdot \alpha_1 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef}} = 0,138 \cdot 31447 \cdot 151,9 \cdot \frac{30330000}{8,314 \cdot 10^{12}} = 2,40 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1} = 0,5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef}} = 0,5 \cdot 31447 \cdot 60 \cdot \frac{30330000}{8,314 \cdot 10^{12}} = 3,44 \text{ N/mm}^2$$



da cui si ricavano le seguenti tensioni normali per le verifiche (la soletta risulta tesa nella parte inferiore):

$$\sigma_{1,c} = \sigma_{m,1} + \sigma_1 = 3,44 + 2,40 = 5,84 \text{ N/mm}^2 < f_{cd} = 14,11 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,t} = \sigma_{m,1} - \sigma_1 = 3,44 - 2,40 = 1,04 \text{ N/mm}^2 < f_{ctd} = 1,19 \text{ N/mm}^2$$

- *Verifiche legno*

Le tensioni normali indicate in *Figura 3* sono calcolate dalle seguenti formule:

$$\sigma_2 = \gamma_2 \cdot E_2 \cdot \alpha_2 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef}} = 1 \cdot 12600 \cdot 48,1 \cdot \frac{30330000}{8,314 \cdot 10^{12}} = 2,21 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2} = 0,5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef}} = 0,5 \cdot 12600 \cdot 280 \cdot \frac{30330000}{8,314 \cdot 10^{12}} = 6,44 \text{ N/mm}^2$$

da cui la verifica a tensoflessione fornisce:

$$\frac{\sigma_2}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,2}}{f_{m,d}} = \frac{2,21}{11,61} + \frac{6,44}{16,67} = 0,58 < 1$$

La massima tensione tangenziale e la relativa verifica è pari a:

$$\tau_{max,2} = 0,5 \cdot E_2 \cdot \gamma_2^2 \cdot \frac{V_{sd}}{(EJ)_{ef}}$$

$$\tau_{max,2} = 0,5 \cdot 12600 \cdot 188,1^2 \cdot \frac{20220}{8,314 \cdot 10^{12}} = 0,54 \text{ N/mm}^2 < 1,77 \text{ N/mm}^2$$

- *Verifica connettori*

Lo sforzo agente sul connettore e la relativa verifica è pari a:

$$F_1 = \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot \alpha_1 \cdot s_{eq} \cdot \frac{V_{sd}}{(EJ)_{ef}}$$

$$F_1 = 0,138 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 1519 \cdot 156 \cdot \frac{20,22}{8,314 \cdot 10^{12}} = 9,00 \text{ kN} < 9,71 \text{ kN}$$

### **Verifiche allo SLE a tempo iniziale (t = 0)**

- *Verifiche di deformabilità del solaio*

La verifica della freccia istantanea è condotta con la combinazione di carico rara (combinazione caratteristica). Facendo riferimento alla *Figura 3* e alla formulazione dell'Appendice B dell'Eurocodice 5, adottando per il modulo di scorrimento il valore  $K_{ser} = 11623 \text{ N/mm}$ , la rigidezza efficace è pari a:

$$\gamma_2 = 1$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_{eq}}{K_{ser} \cdot L^2}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 156}{11623 \cdot 6000^2}\right)} = 0,194$$

$$\alpha_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)}{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2} = \frac{0,194 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 200}{0,194 \cdot 31447 \cdot 36000 + 1 \cdot 12600 \cdot 39200} = 61,6 \text{ mm}$$

$$\alpha_1 = 200 - 61,6 = 138,4 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef,ser} = (31447 \cdot 10,80 \cdot 10^6 + 0,194 \cdot 31447 \cdot 36000 \cdot 138,4^2) + (12600 \cdot 256,11 \cdot 10^6 + 1 \cdot 12600 \cdot 39200 \cdot 61,6^2) = 9,648 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Per la verifica delle frecce, il contributo della deformabilità a taglio del sistema trave-soletta è convenzionalmente riferito al solo legno ed assunto pari a:

$$\alpha = 0,96 \cdot \left(\frac{h_2}{L}\right)^2 \cdot \left(\frac{E_{0,m}}{G_m}\right) = 0,96 \cdot \left(\frac{280}{6000}\right)^2 \cdot \left(\frac{12600}{780}\right) = 0,034$$

La freccia istantanea a tempo  $t = 0$  è pari a:

$$u_{in} = (1 + \alpha) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{d,rara} \cdot L^4}{(EJ)_{ef,ser}} = (1 + 0,034) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{4,65 \cdot 6000^4}{9,648 \cdot 10^{12}} = 8,4 \text{ mm} \cong \frac{L}{710}$$

- *Verifiche tensione di compressione del calcestruzzo*

Adottando i parametri ricavati per la verifica di deformabilità del solaio e procedendo come per le verifiche allo SLU, la massima tensione di compressione del calcestruzzo in esercizio nelle combinazioni rara e quasi permanente risultano:

$$\sigma_c = 3,88 \text{ N/mm}^2 < 0,60 \cdot f_{ck} = 14,94 \text{ N/mm}^2 \quad \text{per combinazione caratteristica (rara)}$$

$$\sigma_c = 3,18 \text{ N/mm}^2 < 0,45 \cdot f_{ck} = 11,20 \text{ N/mm}^2 \quad \text{per combinazione quasi permanente}$$

### **Verifiche allo SLU a tempo finale ( $t = \infty$ )**

Per tener conto degli effetti viscosi del legno e del calcestruzzo si adottano i seguenti valori delle rigidezze delle unioni e dei materiali:

$$K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{(1 + k_{def})} = \frac{11623}{(1 + 0,80)} = 6457 \text{ N/mm}$$

$$K_{u,fin} = \frac{K_u}{(1 + k_{def})} = \frac{7749}{(1 + 0,80)} = 4305 \text{ N/mm}$$

$$E_{0,m,fin} = \frac{E_{0,m}}{(1+k_{def})} = \frac{12600}{(1+0,80)} = 7000 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{m,fin} = \frac{G_m}{(1+k_{def})} = \frac{780}{(1+0,80)} = 433 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm,fin} = \frac{E_{cm}}{(1+\phi)} = \frac{31447}{(1+2,3)} = 9529 \text{ N/mm}^2$$

Procedendo come a tempo iniziale si ottiene:

$$\gamma_2 = 1$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot s_{eq}}{K_{u,fin} \cdot L^2}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 156}{4305 \cdot 6000^2}\right)} = 0,227$$

$$\alpha_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)}{\gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_{2,fin} \cdot A_2} = \frac{0,227 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 200}{0,227 \cdot 9529 \cdot 36000 + 1 \cdot 7000 \cdot 39200} = 44,2 \text{ mm}$$

$$\alpha_1 = 200 - 44,2 = 155,8 \text{ mm}$$

$$y_2 = H - (\alpha_1 + 0,5 \cdot h_1) = 370 - (155,8 + 0,5 \cdot 60) = 184,2 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef,fin} = (E_{1,fin} \cdot J_1 + \gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot \alpha_1^2) + (E_{2,fin} \cdot J_2 + \gamma_2 \cdot E_{2,fin} \cdot A_2 \cdot \alpha_2^2)$$

$$(EJ)_{ef,fin} = (9529 \cdot 10,80 \cdot 10^6 + 0,227 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 155,8^2) + (7000 \cdot 256,11 \cdot 10^6 + 1 \cdot 7000 \cdot 39200 \cdot 44,2^2) = 4,322 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

- *Verifiche calcestruzzo*

Le tensioni normali indicate in *Figura 3* sono calcolate dalle seguenti formule:

$$\sigma_1 = \gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef,fin}} = 0,227 \cdot 9529 \cdot 155,8 \cdot \frac{30330000}{4,322 \cdot 10^{12}} = 2,36 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1} = 0,5 \cdot E_{1,fin} \cdot h_1 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef,fin}} = 0,5 \cdot 9529 \cdot 60 \cdot \frac{30330000}{4,322 \cdot 10^{12}} = 2,01 \text{ N/mm}^2$$

da cui si ricava la seguente tensione normale massima (la soletta risulta tutta compressa):

$$\sigma_{1,c} = \sigma_{m,1} + \sigma_1 = 2,01 + 2,36 = 4,37 \text{ N/mm}^2 < f_{cd} = 14,11 \text{ N/mm}^2$$

- *Verifiche legno*

Le tensioni normali indicate in *Figura 3* sono calcolate dalle seguenti formule:

$$\sigma_2 = \gamma_2 \cdot E_{2,fin} \cdot \alpha_2 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef,fin}} = 1 \cdot 7000 \cdot 44,2 \cdot \frac{30330000}{4,322 \cdot 10^{12}} = 2,17 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2} = 0,5 \cdot E_{2,fin} \cdot h_2 \cdot \frac{M_{sd}}{(EJ)_{ef,fin}} = 0,5 \cdot 7000 \cdot 280 \cdot \frac{30330000}{4,322 \cdot 10^{12}} = 6,88 \text{ N/mm}^2$$

da cui la verifica a tensoflessione fornisce:

$$\frac{\sigma_2}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,2}}{f_{m,d}} = \frac{2,17}{11,61} + \frac{6,88}{16,67} = 0,60 < 1$$

La massima tensione tangenziale e la relativa verifica è pari a:

$$\tau_{max,2} = 0,5 \cdot E_{2,fin} \cdot y_2^2 \cdot \frac{V_{sd}}{(EJ)_{ef,fin}}$$

$$\tau_{max,2} = 0,5 \cdot 7000 \cdot 184,2^2 \cdot \frac{20220}{4,322 \cdot 10^{12}} = 0,56 \text{ N/mm}^2 < 1,77 \text{ N/mm}^2$$

- *Verifica connettori*

Lo sforzo agente sul connettore e la relativa verifica è pari a:

$$F_1 = \gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot \alpha_1 \cdot s_{eq} \cdot \frac{V_{sd}}{(EJ)_{ef,fin}}$$

$$F_1 = 0,227 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 155,8 \cdot 156 \cdot \frac{20,22}{4,322 \cdot 10^{12}} = 8,855 \text{ kN} < 9,706 \text{ kN}$$

### Verifiche allo SLE a tempo finale ( $t = \infty$ )

- *Verifiche di deformabilità del solaio*

La verifica della freccia finale è condotta con la combinazione di carico quasi permanente. Facendo riferimento alla *Figura 3* e alla formulazione dell'appendice B dell'Eurocodice 5, adottando per il modulo di scorrimento il valore  $K_{ser,fin} = 6457 \text{ N/mm}$ , la rigidezza efficace è pari a:

$$\gamma_2 = 1$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot s_{eq}}{K_{ser,fin} \cdot L^2}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 156}{6457 \cdot 6000^2}\right)} = 0,306$$

$$\alpha_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)}{\gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_{2,fin} \cdot A_2} = \frac{0,306 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 200}{0,306 \cdot 9529 \cdot 36000 + 1 \cdot 7000 \cdot 39200} = 55,3 \text{ mm}$$

$$\alpha_1 = 200 - 55,3 = 144,7 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef,ser,fin} = (E_{1,fin} \cdot J_1 + \gamma_1 \cdot E_{1,fin} \cdot A_1 \cdot \alpha_1^2) + (E_{2,fin} \cdot J_2 + \gamma_2 \cdot E_{2,fin} \cdot A_2 \cdot \alpha_2^2)$$

$$(EJ)_{ef,ser,fin} = (9529 \cdot 10,80 \cdot 10^6 + 0,306 \cdot 9529 \cdot 36000 \cdot 144,7^2) + (7000 \cdot 256,11 \cdot 10^6 + 1 \cdot 7000 \cdot 39200 \cdot 55,3^2) = 4,933 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

La freccia finale a tempo  $t = \infty$  è pari a:

$$u_{fin} = (1 + \alpha) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{d,qp} \cdot L^4}{(EJ)_{ef,ser,fin}} = (1 + 0,034) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{3,81 \cdot 6000^4}{4,933 \cdot 10^{12}} = 13,5 \text{ mm} \cong \frac{L}{440}$$

La norma del CNR, al punto 6.4.1, per le verifiche agli stati limite d'esercizio prescrive che *“Per il calcolo della deformazione finale ( $u_{fin}$ ) occorre valutare la deformazione a lungo termine per la combinazione di carico quasi permanente e sommare a quest'ultima la deformazione istantanea dovuta alla sola aliquota mancante, nella combinazione quasi permanente, del carico accidentale prevalente (da intendersi come il carico variabile di base della combinazione rara).”* In base di queste indicazioni, la freccia finale è pari a:

$$u'_{fin} = u_{fin} + u^*_{in}$$

dove:

$$u^*_{in} = (1 + \alpha) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{[(Q_k - \psi_2 \cdot Q_k) \cdot i] \cdot L^4}{(EJ)_{ef,ser}} = (1 + \alpha) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{d,rara} - q_{d,q.p.}) \cdot L^4}{(EJ)_{ef,ser}} =$$

$$= (1 + 0,034) \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{(4,65 - 3,81) \cdot 6000^4}{9,648 \cdot 10^{12}} = 1,5 \text{ mm}$$

da cui risulta:

$$u'_{fin} = 13,5 + 1,5 = 15,0 \text{ mm} = \frac{L}{400}$$

- *Verifiche tensione di compressione del calcestruzzo*

Adottando i parametri ricavati per la verifica di deformabilità del solaio e procedendo come per le verifiche allo SLU, la massima tensione di compressione del calcestruzzo in esercizio nelle combinazioni rara e quasi permanente risultano:

$$\sigma_c = 3,00 \text{ N/mm}^2 < 0,60 \cdot f_{ck} = 14,94 \text{ N/mm}^2 \quad \text{per combinazione caratteristica (rara)}$$

$$\sigma_c = 2,46 \text{ N/mm}^2 < 0,45 \cdot f_{ck} = 11,20 \text{ N/mm}^2 \quad \text{per combinazione quasi permanente}$$

### **Norme di riferimento**

- [1] D.M. 14 gennaio 2008 – Approvazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni.
- [2] Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 – Istruzioni per l'applicazione delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008.
- [3] CNR-DT 206/2007 – Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo delle strutture in legno.
- [4] Eurocodice 2 – Progettazione delle strutture di calcestruzzo – Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici (UNI EN 1992-1-1:2005).
- [5] Eurocodice 5 – Progettazione delle strutture di legno – Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici (UNI EN 1995-1-1:2009).

### **Bibliografia**

- Piazza Maurizio, Tomasi Roberto, Modena Roberto (2005), Strutture in legno - Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee, Hoepli Editore, Milano